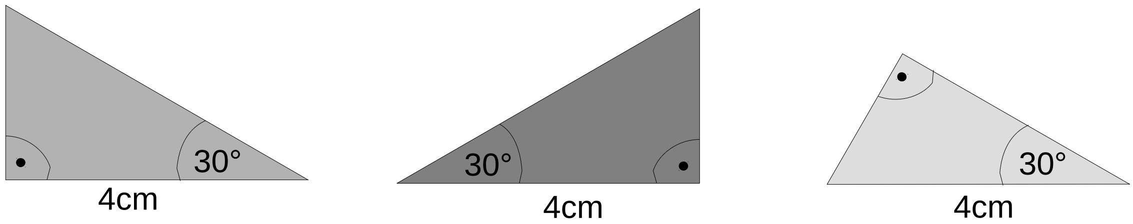
2 Kongruenz von Dreiecken (Teil 2)

Wir haben bereits gelernt, dass zwei Dreieck mit gleich langen Seiten kongruent zueinander sind, bzw. wenn man drei Seitenlängen kennt nur ein Dreieck damit konstruiert werden kann. Wie sieht es aus, wenn man eine Seite und zwei Winkel kennt?

Beispiel: Ich habe drei Dreiecke, die beide ein Seite der Länge 4cm und Winkel der Größe 30° und 90° haben:



Wie man sieht, sind Dreieck A_1 und Dreieck A_2 kongruent zueinander, da man sie durch eine Spiegelung zur Deckung bringen kann, Dreieck A_3 aber nicht. Es kommt also auch darauf an, wo die bekannten Winkel liegen.

WSW-Satz: (Winkel-Seite-Winkel-Satz)

=> Stimmen zwei Dreiecke in einer Seitenlänge und den zwei anliegenden Winkeln überein, so sind sie kongruent zueinander

oder

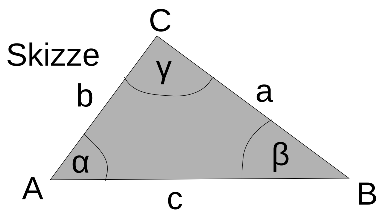
=> Sind eine Seitenlänge und die zwei anliegenden Winkel eines Dreiecks bekannt, so ist es eindeutig festgelegt.

Wenn nur ein anliegender und ein gegenüber liegender Winkel bekannt sind, kann der zweite anliegende Winkel über die Innenwinkelsumme bestimmt werden:

Innenwinkelsumme:

=> In jedem Dreieck ist die Summe der Innenwinkel 180°: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

Beispiel: Sind die Dreiecke A_1, A_2 und A_3 zueinander kongruent?



Dreieck A_1: $a = 3cm$, $\beta = 40°$, $\gamma = 75°$

Dreieck A_2: $b = 3cm$, $\beta = 40°$, $\gamma = 75°$ => $\alpha = 65°$

Dreieck A_3: $c = 3cm$, $\beta = 40°$, $\gamma = 65°$ => $\alpha = 75°$

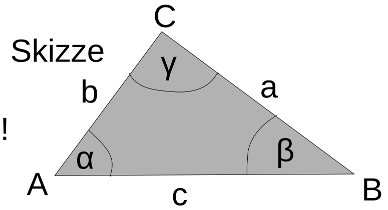
Lösung: Bei Dreieck A_1 sind die beiden anliegenden Winkel bekannt, bei den Dreiecken A_2 und A_3 ist nur ein anliegender Winkel und der gegenüber liegende Winkel bekannt. Der zweite anliegende Winkel kann aber über die Innenwinkelsumme berechnet werden.

=> A_1 und A_3 stimmen in einer Seite und zwei anliegenden Winkeln überein: $A_1 \simeq A_3$

Aufgaben

1. Überprüfe jeweils, welche der beiden Dreiecke <u>kongruent zueinander</u> sind. Verwende dazu den bereits bekannten <u>SSS-Satz</u> und den neu gelernten <u>WSW-Satz.</u>

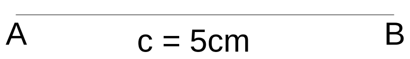
   Aber Vorsicht: Prüfe vorher mit der <u>Dreiecksungleichung</u> und der <u>Innenwinkelsumme</u>, welche Dreiecke überhaupt konstruierbar sind!



   a) A_1: $\alpha = 45°$, $\beta = 55°$, $c = 5cm$ und A_2: $a = 5cm$, $\beta = 55°$, $\alpha = 45°$
   b) A_3: $a = 3cm$, $b = 5cm$, $c = 1cm$ und A_4: $a = 5cm$, $b = 1cm$, $c = 3cm$
   c) A_5: $\alpha = 45°$, $\beta = 55°$, $c = 5cm$ und A_6: $\alpha = 45°$, $b = 5cm$, $\beta = 55°$
   d) A_7: $a = 2cm$, $b = 3cm$, $c = 3cm$ und A_8: $a = 3cm$, $b = 3cm$, $c = 2cm$
   e) A_9: $\alpha = 75°$, $\beta = 105°$, $c = 5cm$ und A_{10}: $a = 5cm$, $\alpha = 75°$, $\beta = 105°$
   f) Konstruiere alle Dreiecke, aus a) bis e), die konstruierbar sind.
   (Hinweis: 4 der 10 Dreiecke sind nicht konstruierbar und Dreieck A_1=A_5)

   Hinweis: Man konstruiert ein Dreieck, bei dem eine Seite und die beiden anliegenden Winkel bekannt sind, wie folgt:

   1. Man zeichnet die gegebene Strecke, z.B. c = 5cm

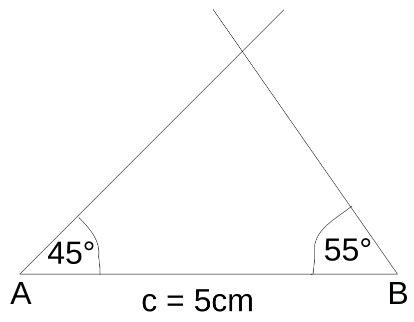


   2. Man zeichnet jeweils einen freien Schenkel (=Halbgerade) an jeden Eckpunkt mit dem anliegenden Winkel:

   freier Schenkel bei A mit Winkel $\alpha = 45°$

   und

   freier Schenkel bei B mit Winkel $\beta = 55°$



   3. Dort, wo die beiden Halbgeraden sich schneiden, ist der dritte Punkt, hier C: