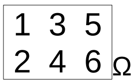
# Wiederholung Stochastik

Zufallsexperiment: z.B. Werfen eines Würfels

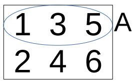
Ergebnisse: 1, 2, 3, 4, 5 und 6



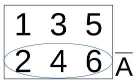
Ergebnismenge: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Mächtigkeit: $|\Omega| = 6$ (Anzahl der Ergebnisse)

Leere Menge: $\emptyset = \{\}$



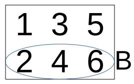
Ereignis: $A = \{1; 3; 5\}$ ungerade Zahl (Teilmenge der Ergebnismenge)

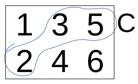


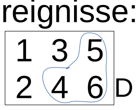
Gegenereignis: $\overline{A} = \Omega \setminus A = \{2; 4; 6\}$ alle Ergebnisse, die nicht in A sind

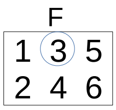
Wahrscheinlichkeit: P(A) Wahrscheinlichkeit, dass Ereignis A eintritt

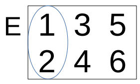
$P(A) = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$











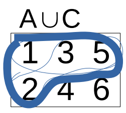
weitere Ereignisse: $B = \{2; 4; 6\}$ gerade Zahl

$C = \{2; 3; 5\}$ Primzahl

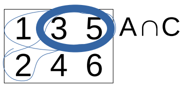
$D = \{4; 5; 6\}$ größer als 3 / größer gleich 4 / mindestens 4

$E = \{1; 2\}$ kleiner als 3 / kleiner gleich 2 / höchstens 2

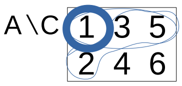
$F = \{3\}$ Elementarereignis (Ereignis mit nur einem Ergebnis)



Vereinigungsmenge: $A \cup C = \{1; 2; 3; 5\}$ alle Ergebnisse, die in A <u>oder</u> C sind

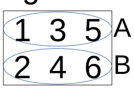


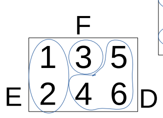
Schnittmenge: $A \cap C = \{3; 5\}$ alle Ergebnisse, die in A <u>und</u> C sind



Differenzmenge: $A \setminus C = A \cap \overline{C} = \{1\}$ alle Ergebnisse von A <u>und nicht</u> in C sind
alle Ergebnisse von A <u>ohne</u> die von C

Zerlegung von $\Omega$: Überschneidungsfreie und vollständige Aufteilung von $\Omega$ in mehrere Ereignisse





A und B ist eine Zerlegung von $\Omega$: $A \cup B = \Omega$, $A \cap B = \emptyset$

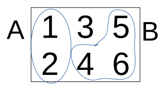
D, E und F ist eine Zerlegung von $\Omega$

# Axiome von Kolmogorow

Axiom I: $P(A) \geq 0$ Wahrscheinlichkeiten sind nie negativ

Axiom II: $P(\Omega) = 1$ Wahrscheinlichkeit für sicheres Ereignis ist 1 = 100%

Axiom III: $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$



Daraus ergeben sich:

$P(\Omega) = 1$

$P(\emptyset) = 0$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 100\% - P(A)$

A, B und C sind Zerlegung von $\Omega$ => $P(A) + P(B) + P(C) = 1 = 100\%$

## Aufgaben:

1. Ein Glücksrad mit den drei Feldern 1, 2 und 3 wird gedreht. Die Wahrscheinlichkeit für 1 ist 60%, die für 2 gleich 0,3.
   a) Geben Sie die Ergebnismenge an.
   b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit P({3}) = P(3).

   Es gibt allgemein $2^{|\Omega|}$ Teilmengen von Ω. Bei drei Ergebnissen also = $2^3$ = 8 Teilmengen

   Alle Teilmengen von Ω: $\emptyset$ ={ }, {1}, {2}, {3}, {1; 2}, {1; 3}, {2; 3} und Ω={1; 2; 3}

   c) Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten aller Teilmengen an.
   d) Geben Sie alle möglichen Zerlegungen von Ω an.

2. Bei 15 Durchgängen eines Zufallsexperiments kommen im Durchschnitt drei Mal rot, sechs Mal grün, fünf Mal blau und ein Mal weiß heraus.
   a) Geben Sie die Ergebnismenge an.
   b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ergebnissen

   Betrachten Sie die Ereignisse A = {rot; grün; blau}, B = {rot; weiß} und C = {weiß}

   c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A, B und C
   d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten
      $P(A \cap B)$ , $P(\overline{A})$ , $P(A \cup B)$ , $P(A \setminus B)$
   e) Geben Sie die beiden Ereignisse an, die zusammen eine Zerlegung von Ω bilden.
   f) Geben Sie das Ereignis D an, das zusammen mit dem Ereignis B eine Zerlegung von Ω bilden.