**Zusammenfassung: Ganzrationale Funktionen (Polynome)**

Die höchste x-Potenz gibt den **Grad der Funktion** an.

**Grober Verlauf:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Höchster Exponent** | **Vorzeichen vor der höchsten x-Potenz** | **grober Verlauf** |
| gerade | positiv | von links oben nach rechts oben |
| gerade | negativ | von links unten nach rechts unten |
| ungerade | positiv | von links unten nach rechts oben |
| ungerade | negativ | von links oben nach rechts unten |

**Nullstellen:**

* Eine Funktion vom Grad n hat höchstens n Nullstellen.
* Wenn a eine Nullstelle der ganzrationalen Funktion f vom Grad n ist, so kann man das Polynom auch in der Form f(x) =(x-a)g(x) schreiben, wobei g eine Funktion vom Grand n-1 ist.
* Hat man einen Term in der faktorisierten Form, so kann man die Nullstellen direkt ablesen.  
  z.B. f(x) = 5x(x-2)3(x+1)2(x-4) hat die Nullstellen x=0, x=2, x=-1 und x=4.  
  Der Linearfaktor (x-2) kommt dreimal vor, deswegen hat man eine dreifache Nullstelle bei x=2.  
  Der Linearfaktor (x+1) kommt zweimal vor, deswegen hat man eine zweifache Nullstelle bei x=-1.
* Hat man eine Nullstelle gerader Ordnung, so wird die x-Achse vom Graph nur berührt, man hat keinen Vorzeichenwechsel.   
  Bei ungerader Ordnung dagegen wird die x-Achse geschnitten, man hat einen Vorzeichenwechsel.  
  Je höher die Ordnung ist umso mehr verläuft der Graph kurz waagrecht auf der x-Achse.
* Um die Nullstellen zu berechnen, gibt es mehrere Verfahren:
  + **Merke:** Ein Produkt ist Null, wenn einer der Faktoren Null ist.
  + x-Potenz ausklammern
  + Quadratische Funktion: Lösungsformel
  + Evtl. Binomische Formel
  + Substitution und dann Verwendung der Lösungsformel
  + Eine Nullstelle durch Probieren finden (z.B. 1,2,3,-1,-2,-3 einsetzen und nachrechnen ob Null herauskommt), anschließend eines der oberen Verfahren.

**Symmetrie:**  
Überprüfe die Symmetrie, indem du in den Funktionsterm für jedes x nun -x einsetzt. Achte auf das richtige setzen von Klammern.

* Falls f(-x) = f(x), so ist der Graph achsensymmetrisch zur y-Achse. Es kommen nur gerade x-Potenzen (inkl. x0) vor.
* Falls f(-x) = - f(x), so ist der Graph punktsymmetrisch zum Ursprung. Es kommen nur ungerade x-Potenzen vor.