

G1 Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren

- Zwei Vektoren \vec{a} und \vec{b} sind **linear abhängig**, wenn der eine Vektor ein Vielfaches des anderen Vektors ist: $\vec{a}=r\cdot\vec{b}$ oder $\vec{b}=s\cdot\vec{a}$, $r,s\in\mathbb{R}$. Sie haben dann die gleiche Richtung (evtl. entgegengesetzt und unterschiedliche Länge=Betrag des Vektors).

z.B. $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0,5 \\ -1,5 \end{pmatrix}$

- Andernfalls sind sie **linear unabhängig**: $\vec{a}\neq r\cdot\vec{b}$

z.B. $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0,5 \\ -1 \end{pmatrix}$

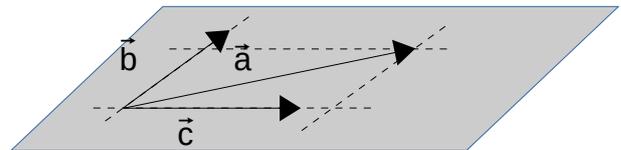
- Gib die Paare von Vektoren an, die linear abhängig sind.



$\vec{a}\parallel\vec{c} \Rightarrow \vec{a}$ und \vec{c} sind linear abhängig

$\vec{d}\parallel\vec{e} \Rightarrow \vec{d}$ und \vec{e} sind linear abhängig

- Drei Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} sind **linear abhängig**, wenn der eine eine Linearkombination der anderen beiden ist: $\vec{a}=r\cdot\vec{b}+s\cdot\vec{c}$. Sie liegen dann in der gleichen Ebene, z.B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1,5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$



hier: $\vec{a}=\frac{4}{5}\vec{b}+\frac{6}{5}\vec{c}$

- Andernfalls sind sie **linear unabhängig**: Für alle möglichen r und s gilt: $\vec{a}\neq r\cdot\vec{b}+s\cdot\vec{c}$,

z.B.: $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1,5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0,5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

- Im \mathbb{R}^2 können höchstens zwei Vektoren linear unabhängig sein, d.h. drei zweidimensionale Vektoren z.B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ sind sicher linear abhängig.

- Im \mathbb{R}^3 können höchstens drei Vektoren linear unabhängig sein, d.h. vier dreidimensionale Vektoren, z.B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ sind sicher linear abhängig.