

S.130/11

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Lagebeziehung $\vec{u}_g \neq k \vec{u}_h$ denn $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \neq k \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\left. \begin{array}{l} \text{I) } k=2 \\ \text{II) unmöglich} \end{array} \right\} \vec{u}_g, \vec{u}_h \text{ sind linear unabh.}$

$\bullet g=h?$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

I) $1+2\lambda = 4+\mu$

II) $1+3\lambda = 4$

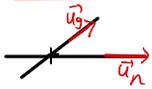
III) $2+\lambda = 4+\mu$

$\rightarrow \lambda = 1$ in II)
 $2+1 = 4+\mu$
 $\mu = -1$

$\left. \begin{array}{l} \mu, \lambda \text{ in I} \\ 1+2 \cdot 1 = 4-1 \\ 3=3 \checkmark \end{array} \right\}$

$\Rightarrow g$ und h schneiden sich in $S(3|4|3)$

Ebene



z.B. $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

oder $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

- Form überprüft? $E: \vec{x} = S(-1|-1|-)$
- Lagebeziehung: vollständiger Nachweis?
- Ebenengleichung andere Variante? Frage nach!

Checkbox

b) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Lagebeziehung $\vec{u}_g \neq k \vec{u}_h$ \vec{u}_g, \vec{u}_h sind linear unabhängig

$\bullet g=h$ $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\left. \begin{array}{l} \text{I) } 2\lambda = 4+\mu \\ \text{II) } \lambda = 2+2\mu \\ \text{III) } -2\lambda = 3+2\mu \end{array} \right\}$ $\text{II) in I) } 2(2+2\mu) = 4+\mu$
 $4+4\mu = 4+\mu \quad | -4-\mu$
 $3\mu = 0 \rightarrow \mu = 0$
 $\mu = 0 \rightarrow \lambda = 2$
 $\text{in III} \\ -2 \cdot 2 = -3 + 2 \cdot 0 \\ -4 = -3 \quad \text{!}$

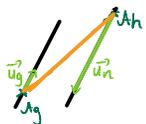
$\Rightarrow g$ & h sind windschief \Rightarrow keine Ebene

c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 12 \end{pmatrix}$

Lagebeziehung $\vec{u}_g \cdot (-3) = \vec{u}_h \Rightarrow$ Die Richtungsvektoren sind linear abhängig

\bullet Punktprobe $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 12 \end{pmatrix}$ $\left. \begin{array}{l} \text{I) } \mu = 0 \\ \text{II) } \mu = \frac{2}{3} \end{array} \right\}$

$\Rightarrow g \parallel h \quad g \neq h$



Ebene $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
 $\underline{\underline{h \parallel g}}$