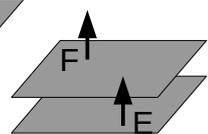
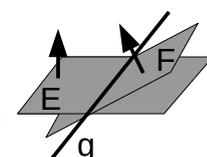
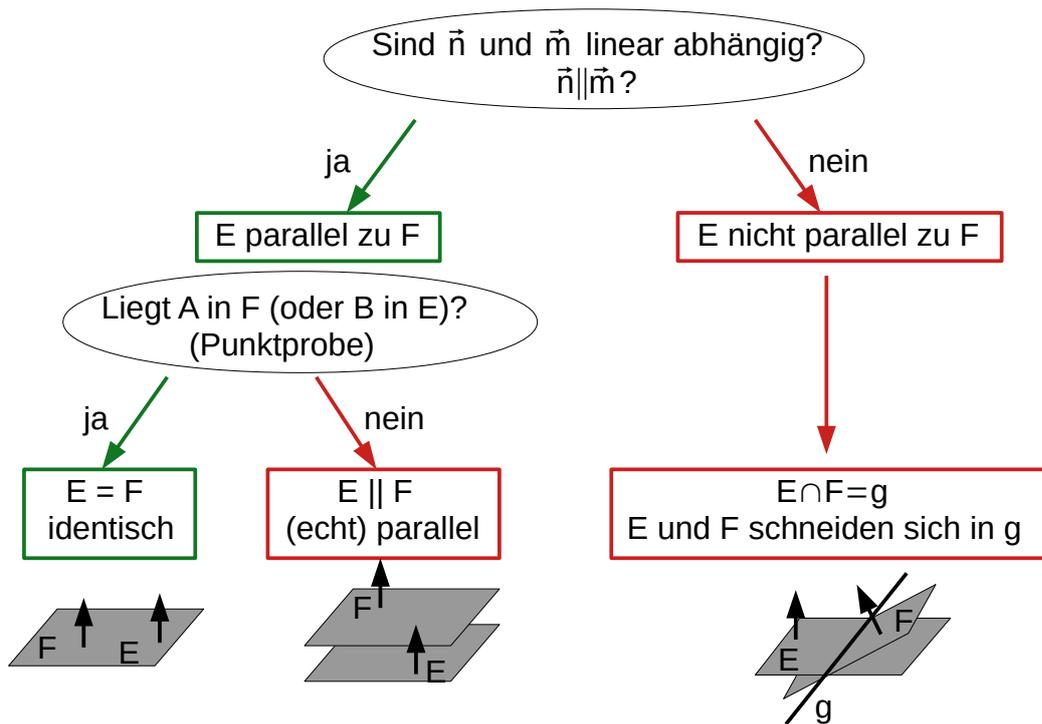


G7 Gegenseitige Lage von Ebenen

- Zwei Ebenen E und F können drei verschiedene Lagebeziehungen zueinander haben:

- E und F sind identisch: $E=F$ 
- E ist (echt) parallel zu F: $E \parallel F$ 
- E und F schneiden sich in Gerade g: $E \cap F = g$ 

- Vorgehen für die Ebenen $E: \vec{n} \circ (\vec{X} - \vec{A})$ und $F: \vec{m} \circ (\vec{X} - \vec{B})$



- Beispiele: Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der Ebene $E: \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \circ \left(\vec{X} - \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right) = 0$ zu

- $F: \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \left(\vec{X} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right) = 0$

- $F: -0,5x_1 + x_3 - 1 = 0$

- $F: \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \left(\vec{X} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right) = 0$

Lösungen auf nächster Seite →

- $E: \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \circ \left(\vec{X} - \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right) = 0$ und $F: \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \left(\vec{X} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right) = 0$ sind identisch $E = F$, denn:

- Normalenvektoren sind linear abhängig (also parallel): $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ ✓

- Aufpunkt von E liegt in Ebene F: $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \left(\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 4 + 0 - 4 = 0$ ✓

- $E: \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \circ \left(\vec{X} - \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right) = 0$ und $F: -0,5x_1 + x_3 - 1 = 0$ sind parallel $E \parallel F$, denn:

- Normalenvektoren sind linear abhängig (also parallel): $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = -2 \cdot \begin{pmatrix} -0,5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ✓

- Aufpunkt von E liegt nicht in Ebene F: $-0,5 \cdot (-2) + 3 - 1 = 1 + 3 - 1 = 3 \neq 0$ ⚡

- $E: \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \circ \left(\vec{X} - \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right) = 0$ und $F: \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \left(\vec{X} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right) = 0$ schneiden sich in einer Gerade, denn:

- Normalenvektoren sind linear unabhängig (also nicht parallel): $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = \text{⚡} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

- Hinweis: Die Schnittgerade g muss im Abitur 2021 **nicht** berechnet werden!