

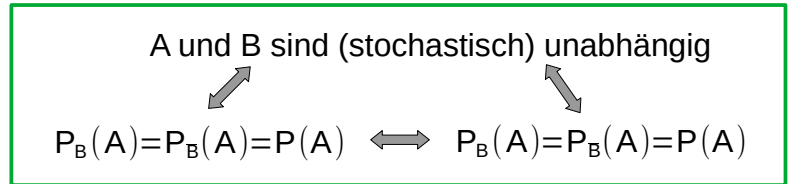
Unabhängigkeit von Ereignissen

Zwei Ereignisse nennt man (stochastisch) unabhängig, wenn der Anteil des einen Ereignisses A in der Teilmenge des anderen Ereignisses B genauso groß ist wie in der Teilmenge des Gegenereignisses \bar{B} und der gesamten Ergebnismenge Ω :

$$P_B(A) = P_{\bar{B}}(A) = P(A)$$

Es gilt dann auch:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$



Beispiel: In einer repräsentativen Studie von 1000 Personen befinden sich

$\frac{5}{6}$ Erwachsene (E), 400 braunhaarige Personen (B) und 20% rauchende

bedingte
Wahrscheinlichkeit

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Personen (R). Unter den Erwachsenen gibt es 23% Raucher, insgesamt gibt es $\frac{1}{3}$

braunhaarige Erwachsene und 80 rauchende braunhaarige Personen.

Übersetzung Deutsch → Mathematik:

Repräsentative Studie: Die relative Häufigkeit aus der Vergangenheit kann als

Wahrscheinlichkeit für die Zukunft gleich gesetzt werden $\Rightarrow h(A) = P(A)$

$$\frac{5}{6} \text{ Erwachsene: } P(E) = \frac{5}{6} = 83,3\% \text{ (auf eine Dezimale gerundet)}$$

$$400 \text{ braunhaarige Personen: } P(B) = \frac{400}{1000} = 40\%$$

$$20\% \text{ rauchende Personen: } P(R) = 20\%$$

$$23\% \text{ Raucher unter Erwachsenen: } P_E(R) = 23\% \rightarrow P(R \cap E) = P_E(R) \cdot P(E) = 0,192 = 19,2\%$$

$$\frac{1}{3} \text{ braunhaarige Erwachsene: } P(B \cap E) = \frac{1}{3}$$

$$92 \text{ rauchende braunhaarige Pers.: } P(R \cap B) = \frac{92}{1000} = 0,092 = 9,2\%$$

Nun kommen die Überprüfungen auf stochastische Unabhängigkeit:

$$\text{Alter und Haarfarbe: } P(E) \cdot P(B) = \frac{5}{6} \cdot 0,4 = \frac{1}{3} = P(E \cap B)$$

\Rightarrow Alter und Haarfarbe sind **stochastisch unabhängig**

$$\text{Alter und Rauchen: } P(E) \cdot P(R) = \frac{5}{6} \cdot 0,20 = \frac{1}{6} = 0,167 \neq 0,192 = P(E \cap R)$$

\Rightarrow Alter und Rauchen sind **nicht stochastisch unabhängig**

$$\text{Haarfarbe und Rauchen: } P(B) \cdot P(R) = 0,4 \cdot 0,20 = 0,08 = P(B \cap R)$$

\Rightarrow Haarfarbe und Rauchen sind **stochastisch unabhängig**

Erwachsene	\bar{E}
Raucher	
$P_{\bar{E}}(R) = \frac{P(R \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = 0,05$	
$P_E(R) = 0,23 \quad P(R) = 0,20$	

Aufgaben:

1. ... folgen noch

Bilder aus pixabay.com