GEOMETRIE

ZUSAMMENFASSUNG

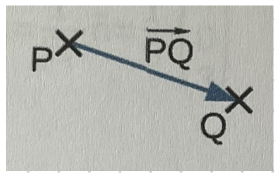
> „Diese Zusammenfassung hilft euch das Gelernte nach dem Aufstehen bzw. während dem Frühstück nochmal ins Gedächtnis zu rufen.
> Es reist Alles grob an und hilft so Eurem deklarativem Gedächtnis bei jeder Aufgabe zu wissen was zu tun ist.“

Abstandsbestimmung | Lagebeziehung | Winkelberechnung | Ebenengleichung aufstellen

Abstand

Punkt - Punkt

$$d = |\vec{Q} - \vec{P}|$$



Punkt - Gerade

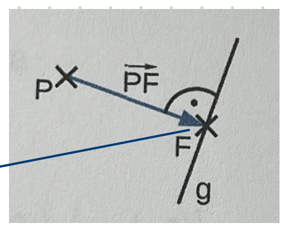
$P(0/3/2)$; $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \boxed{\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}$ $\vec{n}$

1. **! Hilfsebene !**

$$\hookrightarrow E_{Hilf.}: \vec{x} = \vec{n} \circ (\vec{x} - (\text{Punkt})) = 0$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}\right) = 0$$

2. $g: \vec{x}$ in $E_{Hilf.}$ einsetzen $\Rightarrow F$

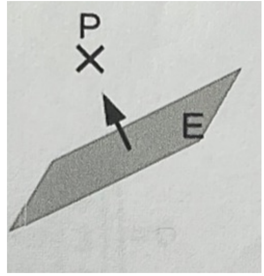


3. Abstand $\overrightarrow{PF}$

Punkt - Ebene

IMMER koordinatenform

$$d = \frac{P \text{ in Ebene}}{\text{Länge von } \vec{n} \text{ der Ebene}}$$



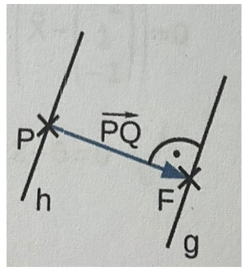
Gerade - Gerade

L

identisch
sich schneident } d=0
Parallel

$g_h: \vec{x} = (A) + \lambda \cdot (\;) \; ; \; g_g: \vec{x} = (B) + \mu \cdot (\;)$

Weiter wie Abstand $\underbrace{\text{Punkt}}_{(\vec{A})}$ - Gerade
[Hilfsebene]



Ebene - Ebene

L

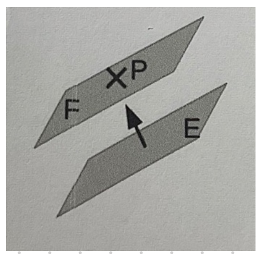
identisch
sich schneident } d=0
Parallel

$E_1: \vec{x} = (\vec{n}) \circ (\vec{x} - (\vec{A})) = 0$

$E_2: \vec{x} = (\vec{n}) \circ (\vec{x} - (\vec{B})) = 0$

1. E_2 in koordinatenform

2. $\frac{\vec{A} \text{ in } E_2}{\text{Länge } \vec{n} \text{ von } E_2}$



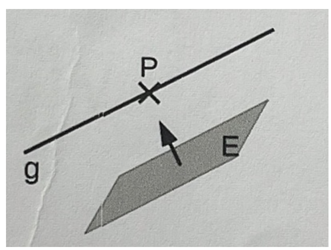
Gerade - Ebene

L

identisch
sich schneident } d=0
Parallel

1. E in koordinatenform

2. $\frac{P \text{ in } E}{\text{Länge } \vec{n}}$ → Punkte auf Geraden: $\boxed{(\vec{p})} + \lambda (\;)$; → $\sqrt{\vec{n}}$



L Lagebeziehung checken!

Lagebeziehung

Gerade - Gerade

$\boxed{g_1 : x = (\vec{A}) + \boxed{\lambda} \cdot (\vec{AB}) \qquad g_2 : \vec{x} = (\vec{F}) + \boxed{\mu} \cdot (\vec{FC})}$

1. $\boxed{(\vec{AB}) = \mu \cdot (\vec{FC})}$ // Richtungsvektoren vergleichen

✓ Abhängig | ϟ Unabhängig

Abhängig: $g_1 // g_2$ ODER $g_1 \therefore g_2$ $\left\{ (\vec{A}) = (\vec{F}) + \mu \cdot (\vec{FC}) \right.$

Unabhängig: $g_1 \not/\!/ g_2$ ODER $g_1 \times g_2$ $\left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ Gleichungssystem} \\ 2. \text{ Sind sie gleich? } \boxed{\text{Schnittpunkt}} \\ \quad \text{Nicht gleich? } \boxed{\text{windschief}} \end{array} \right.$

Gerade - Ebene

1. $\boxed{\text{Gerade in Ebene (Koordinatenform) einsetzen}}$

Schnittpunkt berechnen?

$\boxed{t}$ in Gerade einsetzen => Koordinate des Schnittpunkts

2. LAGEBEZIEHUNG

entweder $\boxed{0 = 0 \quad (g \text{ in } E)}$

mitunter $\boxed{4 = \boxed{t} \quad (\text{Schnittpunkt})}$

(kommt als Zahl raus)

oder $\boxed{3 = 0 \quad (g // E)}$

Ebene - Ebene

1. $\boxed{n_1 = k \cdot n_2}$ // Normalenvektoren vergleichen

✓ abhängig | ϟ unabhängig

abhängig → 2. ! Punktprobe !

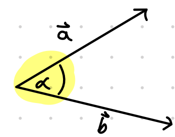
- ✓ $E_1 = E_2$
- ϟ $E_1 // E_2$

unabhängig → E_1 und E_2 schneiden sich

Winkel

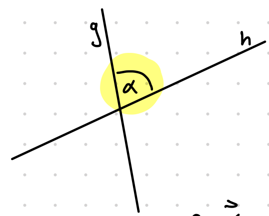
Vektor - Vektor

$$\cos\alpha = \left| \frac{|\vec{a} \circ \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \right|$$



Gerade - Gerade

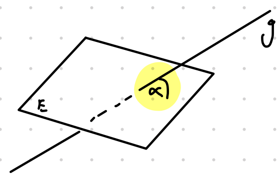
$$\cos\alpha = \left| \frac{|RV_g \circ RV_h|}{|RV_g| \cdot |RV_h|} \right|$$



$$g: \vec{x} = (\ ) + \lambda \cdot \underbrace{\boxed{(\ )}}_{\boxed{\overline{RV}}}$$

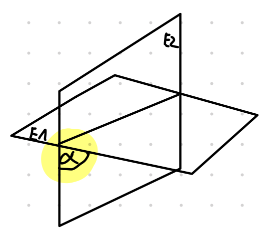
Ebene - Gerade

$$\sin\alpha = \left| \frac{|\vec{n}_E \circ RV_g|}{|\vec{n}_E| \cdot |RV_g|} \right|$$



Ebene - Ebene

$$\cos\alpha = \left| \frac{|\vec{n}_1 \circ \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \right|$$



Ebenengleichung aufstellen

Meistens 3 Punkte:

A(3/0/2)
B(2/1/2)
C(5/3/3)

1. Parameterform aufstellen:

$$E: \vec{x} = (\vec{A}) + \lambda(\vec{AB}) + \mu(\vec{AC})$$

2. Normalenform aufstellen

$$E: \vec{x} = \boxed{\vec{n}} \circ \left(\boxed{\vec{x}} - (\vec{A})\right) = 0$$

$$(\vec{AB}) \times (\vec{AC}) = \boxed{\vec{n}}$$

3. Koordinatenform aufstellen

$$E: \vec{x} = \boxed{n_1} \cdot \boxed{x_1} + \boxed{n_2} \cdot \boxed{x_2} + \boxed{n_3} \cdot \boxed{x_3} = \vec{n} \circ \vec{A}$$

> *„Wer die Geometrie begreift, vermag in dieser Welt alles zu verstehen.“*
>
> Galileo Galilei