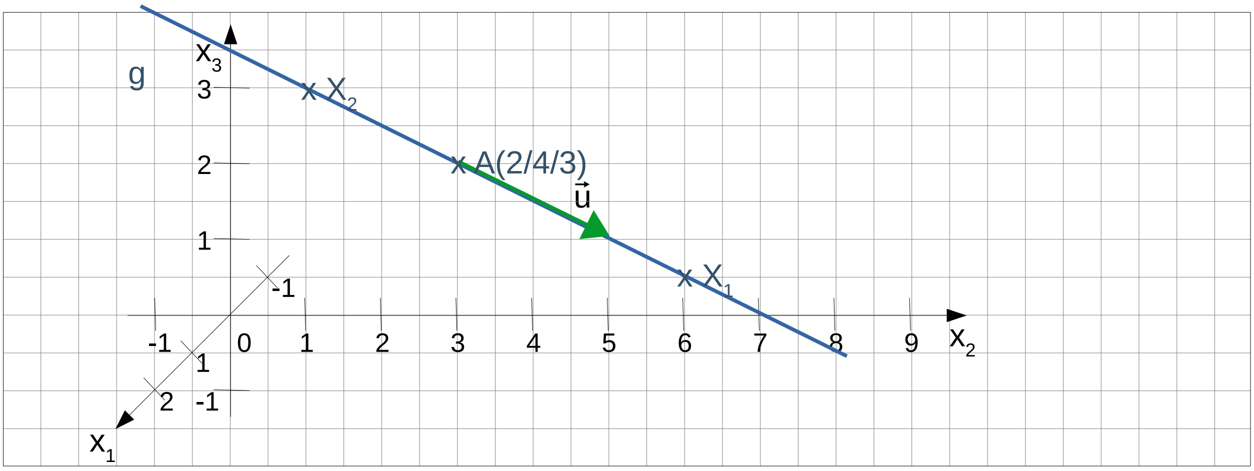
G2 Geraden im Raum

- Um alle Punkte X auf einer Geraden g zu erreichen, kann man von einem Punkt A der Geraden starten und dann in Richtung der Geraden (also parallel dazu vorwärts oder rückwärts) so weit laufen, bis man den gewünschten Punkt erreicht hat.



- Der Punkt X_1 ist also vom Punkt A (=Aufpunkt genannt) aus erreichbar, indem man 1,5 Mal den Richtungsvektor $\vec{u}$ auf der Geraden g entlang läuft.

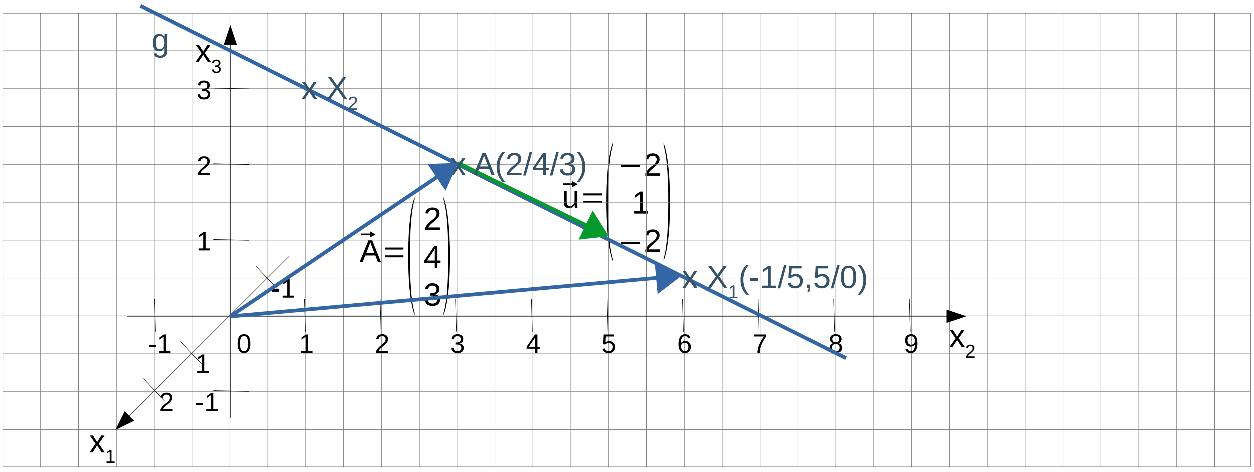
- Wie kommt man vom Aufpunkt A aus zum Punkt X_2?

  Lösung: Indem man vom Punkt A aus 1 Mal den entgegengesetzten Vektor $-\vec{u}$ läuft.

- Allgemeine Gleichung für alle Punkte X auf der Geraden g, also $X \in g$:

$$g: \vec{X} = \vec{A} + \lambda \cdot \vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \lambda \in \mathbb{R}$$

- Punkt X_1 liegt auf Gerade g: $\vec{X}_1 = \vec{A} + 1{,}5\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + 1{,}5 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5{,}5 \\ 0 \end{pmatrix}$ => X_1(-1/5,5/0)

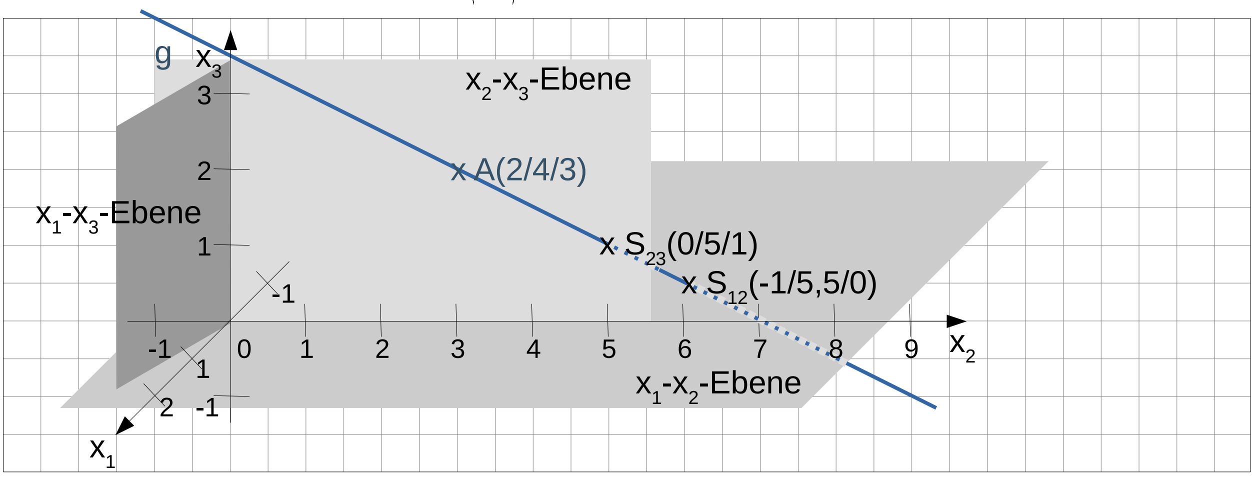


- Wie lauten die Koordinaten vom Punkt X_2?

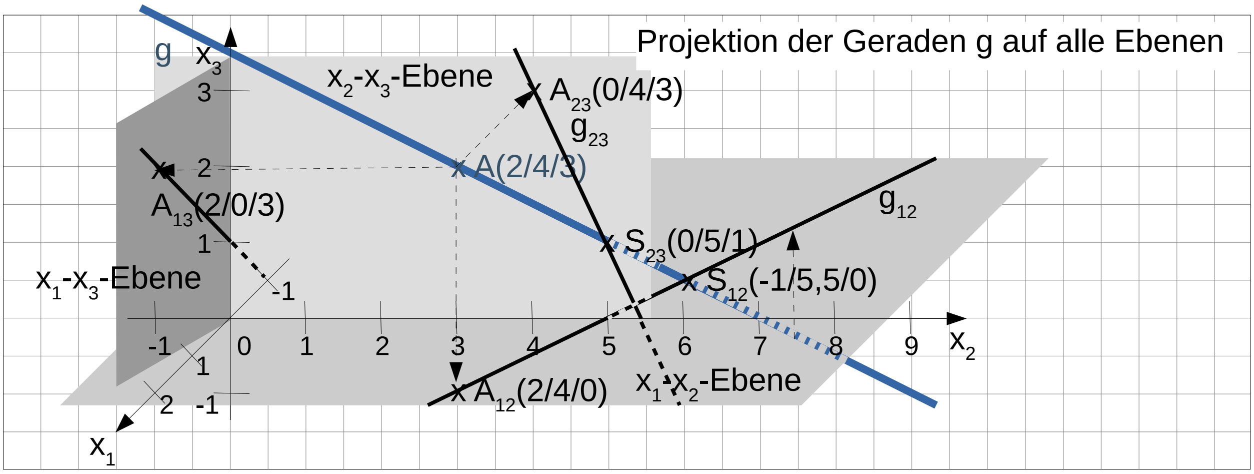
Lösung: $\vec{X}_2 = \vec{A} - 1\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ => X_2(4/3/5)

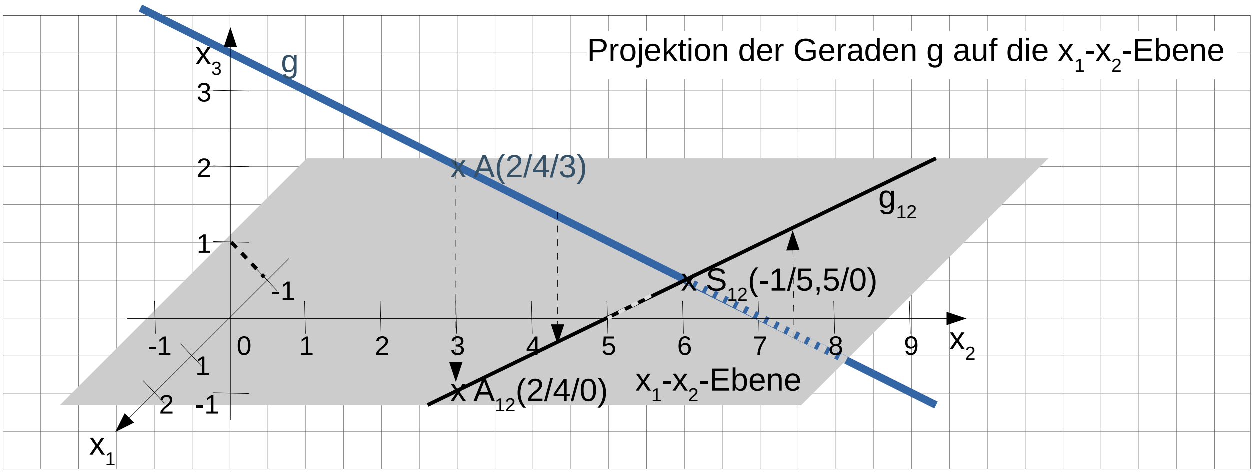
- Besondere Gerade: Koordinatenachsen
  Aufpunkt ist Ursprung (0/0/0) und Richtungsvektor besitzt nur eine Koordinate
  - x_1-Achse: $\vec{X}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\lambda\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$
  - x_2-Achse: $\vec{X}=\lambda\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$
  - x_3-Achse: $\vec{X}=\lambda\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

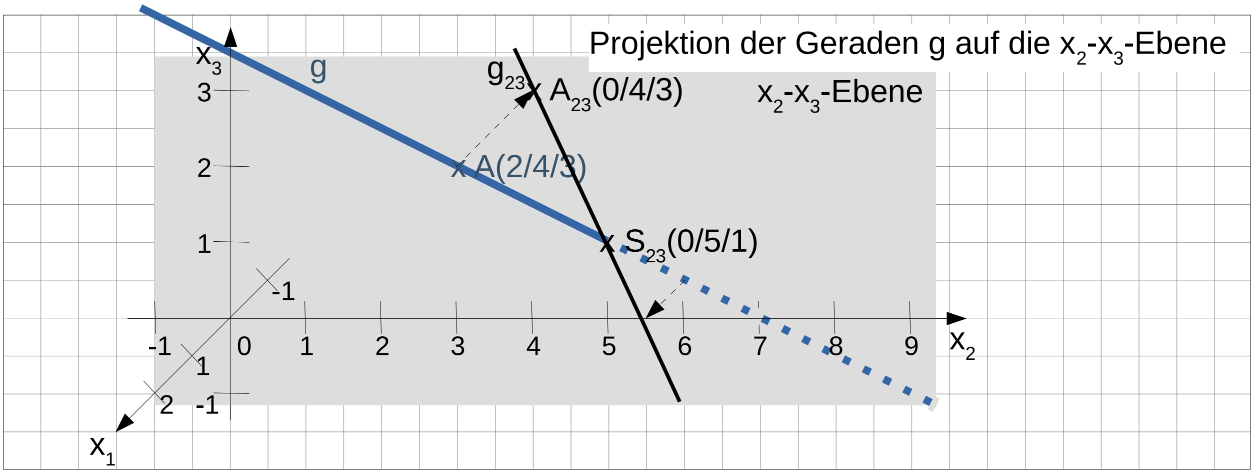
- Spurpunkte: Schnittpunkte der Gerade mit den Koordinatenebenen
  Eine Koordinate 0 setzen und zugehörigen Punkt der Gerade bestimmen
  - Spurpunkt mit x_1x_2-Ebene: $\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\4\\3\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\-2\end{pmatrix} \Rightarrow \lambda=1{,}5 \Rightarrow S_{12}(-1/5{,}5/0)$
  - Spurpunkt mit x_1x_3-Ebene: $\begin{pmatrix}x_1\\0\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\4\\3\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\-2\end{pmatrix} \Rightarrow \lambda=-4 \Rightarrow S_{13}(10/0/11)$
  - Spurpunkt mit x_2x_3-Ebene: $\begin{pmatrix}0\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\4\\3\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\-2\end{pmatrix} \Rightarrow \lambda=1 \Rightarrow S_{23}(0/5/1)$

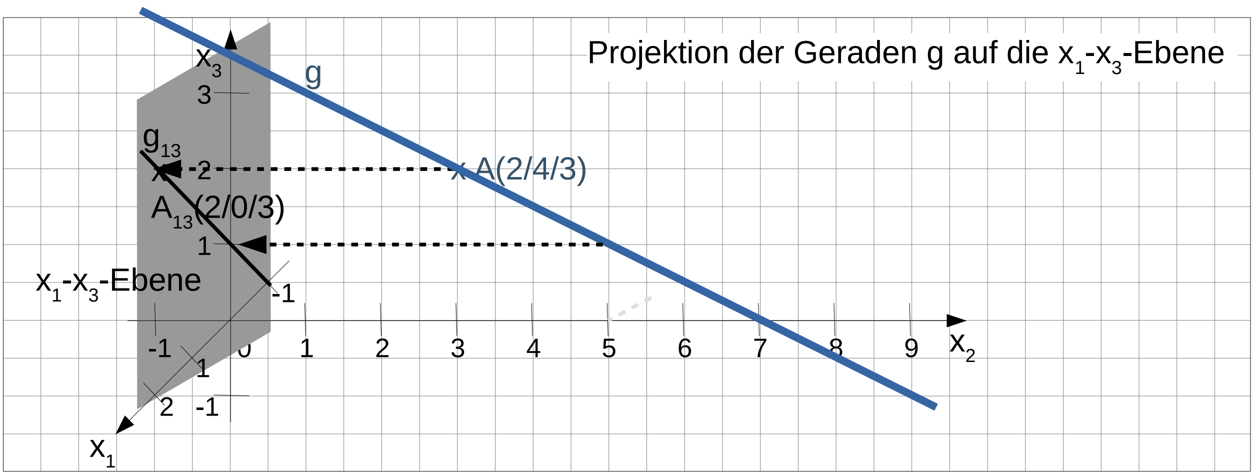


- Projektion der Gerade auf die Koordinatenebene
  Eine Koordinate bei Aufpunkt und Richtungsvektor 0 setzen
  - Projektion auf die x_1x_2-Ebene: $g_{12}:\vec{X}=\begin{pmatrix}2\\4\\0\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}$
  - Projektion auf die x_1x_3-Ebene: $g_{13}:\vec{X}=\begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}-2\\0\\-2\end{pmatrix}$
  - Projektion auf die x_2x_3-Ebene: $g_{23}:\vec{X}=\begin{pmatrix}0\\4\\3\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\-2\end{pmatrix}$


Projektion der Geraden g auf alle Ebenen
g
x_3
x_2-x_3-Ebene
$A_{23}(0/4/3)$
g_{23}
A(2/4/3)
$A_{13}(2/0/3)$
g_{12}
$S_{23}(0/5/1)$
$S_{12}(-1/5,5/0)$
x_1-x_3-Ebene
$A_{12}(2/4/0)$
x_1-x_2-Ebene
x_2
x_1


Projektion der Geraden g auf die x_1-x_2-Ebene
x_3
g
A(2/4/3)
g_{12}
$S_{12}(-1/5,5/0)$
$A_{12}(2/4/0)$
x_1-x_2-Ebene
x_2
x_1


Projektion der Geraden g auf die x_2-x_3-Ebene
x_3
g
g_{23}
$A_{23}(0/4/3)$
x_2-x_3-Ebene
A(2/4/3)
$S_{23}(0/5/1)$
x_2
x_1


Projektion der Geraden g auf die x_1-x_3-Ebene
x_3
g
g_{13}
A(2/4/3)
$A_{13}(2/0/3)$
x_1-x_3-Ebene
x_2
x_1