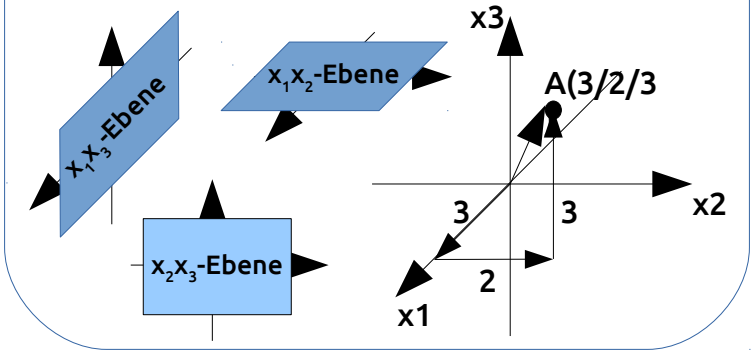
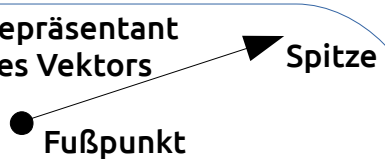
Koordinatensystem (1)

- Koordinatenachsen x_1, x_2 und x_3 stehen jeweils senkrecht aufeinander
- Punkte als Zahlentripel, z.B. A(3/2/3)
- 3 Koordinatenebenen, 8 Oktanden I - VIII

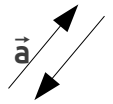


Vektoren (2)

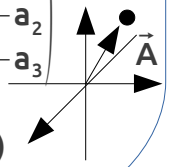
- Vektor ist Menge aller zueinander paralleler, gleich langer und gleich gerichteter Pfeile



- Einzelner Pfeil mit konkretem Fußpunkt ist Repräsentant des Vektors
- Vektor als Zahlentripel $\vec{a}=\begin{pmatrix}3\\2\\3\end{pmatrix}$
- Gegenvektor: $\vec{a}=-\vec{b},\ \vec{b}=-\vec{a}$



- Nullvektor: Fußpunkt und Spitze fallen zusammen $\vec{o}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$
- Vektor zwischen zwei Punkten: „Spitze minus Fuß" $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}b_1-a_1\\b_2-a_2\\b_3-a_3\end{pmatrix}$



- Ortsvektor: Fußpunkt ist Ursprung, Spitze ist Punkt: $\vec{A}=\overrightarrow{OA}=\begin{pmatrix}3\\2\\3\end{pmatrix}$ mit A(3/2/3)

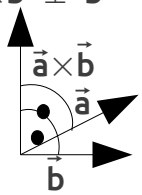
Vektorprodukt (6)

- Vektorprodukt:

$\vec{a}\times\vec{b}\perp\vec{a}$ und $\vec{a}\times\vec{b}\perp\vec{b}$

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{pmatrix}a_2b_3-a_3b_2\\a_3b_1-a_1b_3\\a_1b_2-a_2b_1\end{pmatrix}$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin\phi$$



- Flächeninhalt:

Parallelogramm $A_P=|\vec{a}\times\vec{b}|$

Dreieck $A_D=\frac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{b}|$

- Volumen:

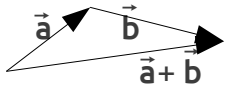
Spat $V_S=|(\vec{a}\times\vec{b})\circ\vec{c}|$

Pyramide $V_P=\frac{1}{6}|(\vec{a}\times\vec{b})\circ\vec{c}|$

Addition, Subtraktion, S-Multiplikation (3)

- Summe: koordinatenweise addieren

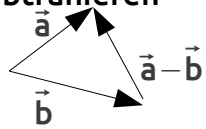
$$\begin{pmatrix}3\\2\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3+1\\2+2\\3+(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\4\\2\end{pmatrix}$$



Zwei Vektoren, Fuß an Spitze, dann:
„Vom Fuß des einen zur Spitze des anderen Vektors"

- Differenz: koordinatenweise subtrahieren

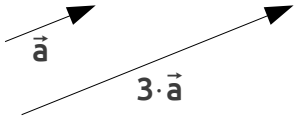
$$\begin{pmatrix}3\\2\\3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3-1\\2-2\\3-(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\0\\4\end{pmatrix}$$



Zwei Vektoren, Fuß an Fuß, dann:
„Von Spitze des 2. zur Spitze des 1. Vektors"

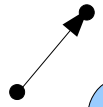
- S-Multiplikation: koordinatenweise multiplizieren

$$3\cdot\begin{pmatrix}3\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\cdot3\\3\cdot2\\3\cdot3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\6\\9\end{pmatrix}$$



Betrag von Vektoren (4)

- Betrag eines Vekors: $|\vec{a}|=\left|\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}\right|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$
- Länge einer Strecke ist Betrag des Verbindungsvekors $\overline{AB}=|\overrightarrow{AB}|$



- Einheitsvektor mit Betrag 1 $\vec{a}_0=\frac{1}{|\vec{a}|}\cdot\vec{a}$

Kreise und Kugeln (7)

- Kreise:

$(\vec{X}-\vec{M})^2=r^2$

$(x_1-m_1)^2+(x_2-m_2)^2=r^2$

- Kugeln:

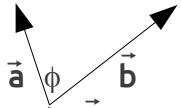
$(\vec{X}-\vec{M})^2=r^2$

$(x_1-m_1)^2+(x_2-m_2)^2+(x_3-m_3)^2=r^2$

Skalarprodukt (5)

- Skalarprodukt: $\vec{a}\circ\vec{b}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}=a_1\cdot b_1+a_2\cdot b_2+a_3\cdot b_3$

$\vec{a}\circ\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\phi$



- Orthogonale Vektoren: $\vec{a}\circ\vec{b}=0\ \Leftrightarrow\ \vec{a}\perp\vec{b}$ mit $\vec{a}\neq\vec{o},\vec{b}\neq\vec{o}$