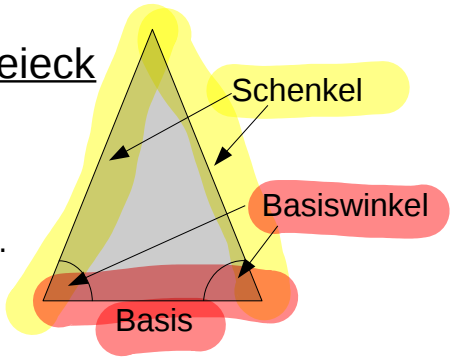
3 Das gleichschenklige und das gleichseitige Dreieck

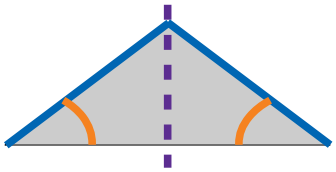
Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten (=Schenkel) heißt gleichschenkliges Dreieck. Die dritte Seite nennt man Basis,die beiden an der Basis anliegenden Winkel nennt man Basiswinkel.



Satz vom gleichschenkligen Dreieck:

Folgende drei Aussagen sind äquivalent, also gleichbedeutend. Wenn eine der Aussagen zutrifft, treffen die anderen auch zu:

Dreieck ABC ist gleichschenklig
hat also zwei gleich lange Seiten

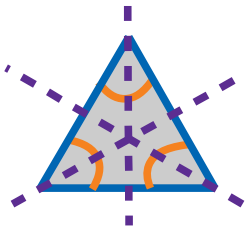


Dreieck ABC ist achsensymmetrisch ⟺ Dreieck ABC hat zwei gleich große Winkel

Satz vom gleichseitgen Dreieck:

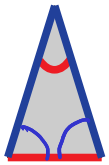
Folgende drei Aussagen sind äquivalent:

Dreieck ABC ist gleichseitig
hat also drei gleich lange Seiten



Dreieck ABC hat drei Symmetrieachsen ⟺ Dreieck ABC hat drei gleich große Winkel

Betrachtet man den dritten Winkel im Vergleich zu den Basiswinkeln, so erkennt man noch einen Zusammenhang zwischen Winkelgröße und Länge der gegenüber liegenden Seite:



3. Winkel ist kleiner als die Basiswinkel
Basis ist kleiner als die Schenkel

3. Winkel ist genau so groß wie die Basiswinkel
Basis ist genauso groß wie die Schenkel

3. Winkel ist größer als die Basiswinkel
Basis ist größer als die Schenkel

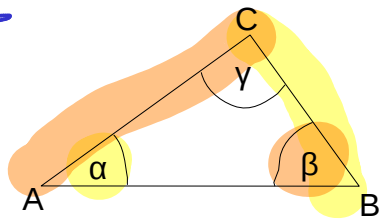
Das führt uns zu einem weiteren Satz:

Seiten-Winkel-Beziehung:

In jedem Dreieck liegt der größeren Seite der größere Winkel gegenüber:

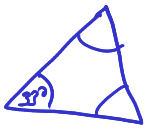
$\alpha < \beta < \gamma$ ⟺ $a < b < c$

$\alpha < \beta$
$\Updownarrow$
$a < b$



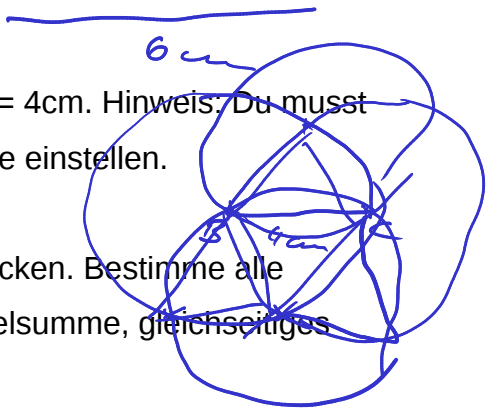
Aufgaben

1. Gib alle Winkel eines gleichschenkligen Dreicks an mit
   a) einem Basiswinkel 33°
   b) dem dritten Winkel 50°
   c) einem Winkel 100°
   d) Begründe, wieso der Winkel bei c) kein Basiswinkel sein kann.



2. Zeichne ein gleichschenklig rechtwinkliges Dreieck mit der Basislänge 6cm.
   a) Gib an, wie groß der Basiswinkel sein muss.
   b) Wie viele verschiedene solche Dreiecke gibt es?

3. Konstruiere ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge a = 4cm. Hinweis: Du musst den Zirkel zwar zwei Mal verwenden, aber nur auf eine Länge einstellen.

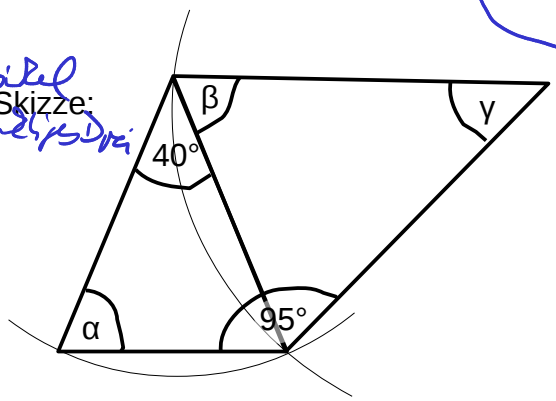


4. Die folgende Figur besteht aus zwei gleichschenkligen Dreiecken. Bestimme alle eingetragenen Winkel und begründe jeweils (z.B. Innenwinkelsumme, gleichseitiges Dreieck, …)

$\alpha =$ ....
$\beta =$
$\gamma =$

Basiswinkel
IWS gleichschenkliges Dreieck

Skizze:



5. Begründe mit Hilfe der Seiten-Winkel-Beziehung und der Innenwinkelsumme, dass es kein Dreieck mit den folgenden Größen geben kann: a = 4cm, α = 90°, b = 6cm