7/13e

$$f(x) = \frac{4+x^2}{x^2-9} = \frac{4+x^2}{(x-3)(x+3)} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$$

Symmetrie

$$f(-x) = \frac{4+(-x)^2}{\underbrace{(-x)^2-9}} = \frac{4+x^2}{x^2-9} = f(x)$$

-x einsetzen auflösen

$\Rightarrow$ Achsensymmetrie zur y-Achse

Nullstellen

$f(x) = 0$

$\underbrace{4+x^2}_{>0} = 0 \Rightarrow$ keine Nullstelle

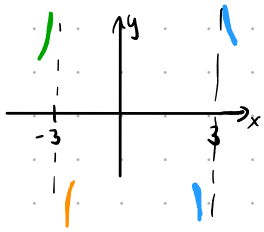
Verhalten an den Definitionslücken

$$\lim_{x \to -3,\ <} \frac{\overbrace{4+x^2}^{\to 13}}{\underbrace{\underbrace{(x-3)}_{-6}\underbrace{(x+3)}_{0^-}}_{0^+}} = +\infty \qquad \lim_{x \to -3,\ >} f(x) = -\infty$$

da Polstelle mit ungerader Ordnung

$$\lim_{x \to 3,\ <} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x \to 3,\ >} f(x) = +\infty$$

wg Achsensymmetrie



Verhalten im Unendlichen

ZG = NG $\Rightarrow$ waagrechte Asymptote bei $y = 1$

Extrema / Monotonie

$$f'(x) = \frac{2x(x^2-9)-(4+x^2)\cdot 2x}{(x^2-9)^2} = \frac{2x^3 - 18x - 8x - 2x^3}{(x^2-9)^2} = \frac{-26x}{(x^2-9)^2}$$

$f'(x) = 0 \iff -26x = 0 \iff x = 0$

Vorzeichentabelle

	$x<-3$	$-3<x<0$	$0<x<3$	$x>3$
$-26x$	+	+	−	−
$(x^2-9)^2$	+	+	+	+
f' / G_f	↗	↗ HOP	↘	↘

$\Rightarrow$ HOP $(0 \mid -\frac{4}{9})$

$\Rightarrow G_f$ sms für $x \in\ ]-\infty; -3[$ und $]-3; 0]$

G_f smf für $x \in [0; 3[$ und $]3; \infty[$